

## SIMULARE EXAMEN BACALAUREAT

## MATEMATICĂ M\_ȘT\_NAT - BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

- Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.
- Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

## SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1	$a_8 = a_1 + 7r$ , de unde $a_1 = -4$ și atunci este $a_5 = 4$ .	2p 3p
2	$y_V = 0$ și atunci vârful se află pe axa $OX$ .	3p 2p
3	$x - 1 \geq 0$ $1 - x \geq 0$  de unde $x = 1$	2p 2p 1p
4	$C_6^4$ $C_6^4 = 15$	3p 2p
5	Mijlocul segmentului $[AB]$ are coordonatele $(0,0)$ Lungimea medianei din $C$ este $\sqrt{13}$	2p 3p
6	$\operatorname{tg} a = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\sin^2 a}{\cos^2 a} = \frac{1}{4}$ de unde $\frac{1}{\cos^2 a} = \frac{1}{4} + 1$ Și cum $a \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ deducem că $\cos a = \frac{2}{\sqrt{5}}$	2p 3p

## SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1.a)	$A(0) = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$  $\det[A(0)] = 6$	2p 3p
b)	$\det[A(x)] = (2-x)(3-x) - 3x = x^2 - 8x + 6$ $x^2 - 8x + 6 = 0$ $\Rightarrow x \in \{4 - \sqrt{10}, 4 + \sqrt{10}\}$	2p 1p 2p
c)	$[A(0)]^2 = \begin{pmatrix} 4 & 15 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}$ $[A(0)]^n = \begin{pmatrix} 2^n & 3^{n+1} - 3 \cdot 2^n \\ 0 & 3^n \end{pmatrix}$ Demonstrație prin inducție: Verificare $P(2)$ : $[A(0)]^2 = \begin{pmatrix} 2^2 & 3^{2+1} - 3 \cdot 2^2 \\ 0 & 3^2 \end{pmatrix} A$ $P(n) \Rightarrow P(n+1) A$ Finalizare $[A(0)]^n = \begin{pmatrix} 2^n & 3^{n+1} - 3 \cdot 2^n \\ 0 & 3^n \end{pmatrix}$	2p 1p 1p 1p
2.a)	$(x \circ y) \circ z = (x-1)(y-1)(z-1) + 1$ $x \circ (y \circ z) = (x-1)(y-1)(z-1) + 1$ de unde, operația este asociativă.	3p 2p
b)	$x \circ e = x, x \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow e(x-1) = 2(x-1), x \in \mathbb{Z}$ $e = 2$ verifică cerința	2p 3p

c)	$x \circ x \circ x = (x-1)^3 + 1$ $x \circ x \circ x = 9 \Leftrightarrow x = 2$	3p 2p
SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)		
1.a)	$f(x) = 1 + \frac{x}{e^x}, \quad x \in \mathbb{R} \text{ de unde } f'(x) = \frac{e^x - xe^x}{e^{2x}}$ De unde $f'(x) = \frac{1-e^x}{e^x}, \quad x \in \mathbb{R}$	3p 2p
b)	$y - f(o) = f'(o)(x-0)$ Adică $y - 1 = x$	2p 3p
c)	$f'(x) > 0 \quad \forall x \in (-\infty, 1)$ Și atunci, cum $f$ e continuă pe $(-\infty, 1]$ deducem că $f$ este crescătoare pe $(-\infty, 1]$ .	2p 3p
2.a)	F este derivabilă pe $\mathbb{R}$ Și $F'(x) = x + \frac{x}{x^2+1} = \frac{x^3+2x}{x^2+1} = f(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$ , adică $F$ este o primitivă a lui $f$ .	2p 3p
b)	Cu Leibniz-Newton și a) avem $\int_0^1 f(x)dx = F(1) - F(0) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \ln 2$	2p 3p
c)	Fie $G$ o primitivă a lui $f$ , atunci $G' = f$ cum $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ și $f(x) < 0, x < 0$ $f(x) > 0, x > 0$ , deducem că 0 este punct de minim absolut al lui $G$ În concluzie $G(x) \geq G(0) \quad \forall x \in \mathbb{R}$	3p 2p